



Resolución de Consejo Directivo **568 / 2025 - EXA -UNSa**

EXP. 62/2025 PROF. ANTONIO NOE SANGARI eleva programa de la asignatura GEOMETRIA PLANA Y ESPACIAL de las Carreras de PROFESORADO EN MATEMATICA (PLAN 1997) PROFESORADO EN FISICA (PLAN 1997) y LICENCIATURA EN MATEMATICA (PLAN 2000)

De: **EXACTAS-Dirección de Alumnos**



Salta,
08/10/2025

VISTO: La presentación efectuada por el Prof. Antonio Noe Sangari, solicitando la aprobación del Programa, Régimen de Regularidad y Promoción de la asignatura "GEOMETRIA PLANA Y ESPACIAL" de las Carreras de PROFESORADO EN MATEMATICA (PLAN 1997) PROFESORADO EN FISICA (PLAN 1997) y LICENCIATURA EN MATEMATICA (Plan 2000).

CONSIDERANDO:

Que, el citado Programa, Régimen de Regularidad y Promoción, cuenta con la opinión favorable del Departamento de Matemática y de las Comisiones de Carrera de PROFESORADO EN MATEMATICA (PLAN 1997) PROFESORADO EN FISICA (PLAN 1997) y LICENCIATURA EN MATEMATICA (Plan 2000), obrantes en las presentes actuaciones.

Que, la Comisión de Docencia e Investigación aconseja aprobar el Programa Analítico y el Régimen de Regularidad y Promoción.

Que, el Consejo Directivo en su 15° Sesión Ordinaria del 03 de Setiembre del 2025, aprobó por unanimidad el despacho de Comisión de Docencia e Investigación.

Que, el Estatuto de la Universidad Nacional de Salta en el Artículo 113 inciso 8, *"entre los deberes y atribuciones que le confiere al Consejo Directivo, incluye aprobar los programas Analíticos y la reglamentación sobre el Régimen de Regularidad y Promoción propuesto por los módulos Académicos"*.

POR ELLO, y en uso de las atribuciones que le son propias:

EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

R E S U E L V E:

ARTICULO 1.- Aprobar el programa Analítico, el Régimen de Regularidad y Promoción de la asignatura "GEOMETRIA PLANA Y ESPACIAL" de las Carreras de PROFESORADO EN MATEMATICA (PLAN 1997) PROFESORADO EN FISICA (PLAN 1997) y LICENCIATURA EN MATEMATICA (Plan 2000), que como Anexo forma parte de la presente Resolución.

ARTICULO 2.- Notifíquese fehacientemente al docente responsable de la asignatura "Geometría Plana y Espacial", Prof. Antonio Noe Sangari. Hágase saber con copia a las Comisiones de Carrera de PROFESORADO EN MATEMATICA, PROFESORADO EN FISICA y LICENCIATURA EN MATEMATICA, al Departamento de Matemática, a la Secretaría de Coordinación Institucional, a la Secretaría Académica y de Investigación, a la Dirección de Mesa de Entrada Archivo y Digesto, a la Dirección de Alumnos, para su toma de razón, registro y demás efectos. Publíquese en Boletín Oficial. Página web de la Facultad, Cumplido. Archívese.

FJAA


Dra. Silvina Mabel Campos
Secretaría de Coordinación Institucional
Facultad de Ciencias Exactas - UNSa




Dr. JOSÉ RAMÓN MOLINA
DECANO
FACULTAD DE CS. EXACTAS - UNSa

Programa de la Asignatura: Geometría Plana y Espacial

Carrera: Profesorado en Matemática (1997), Licenciatura en Matemática (2000), Profesorado en Física (1997)

Dependencia: Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de Salta.

Curso: Primer año, primer cuatrimestre.

Carga horaria total: 120 horas.

Fecha de Presentación: 25 de febrero de 2025

Profesor responsable: Antonio SÁNGARI

Modalidad: Cuatrimestral

Objetivos:

- **Generales:**

- Comprender y aplicar los fundamentos de la geometría euclidiana mediante el estudio de axiomas, definiciones, teoremas y modelos que permitan desarrollar un razonamiento deductivo sólido.
- Analizar y utilizar las propiedades de las figuras geométricas planas y espaciales, reconociendo relaciones de orden, congruencia, paralelismo, perpendicularidad y semejanza.
- Desarrollar habilidades para la resolución de problemas geométricos mediante transformaciones, construcciones geométricas y el uso de sistemas de coordenadas.
- Fortalecer la capacidad de abstracción y visualización espacial a través de modelos geométricos, representaciones gráficas y transformaciones rígidas.
- Introducir y aplicar conceptos básicos de trigonometría y sistemas de coordenadas para abordar situaciones geométricas en el plano y en el espacio.

- **Específicos:**

- Identificar y comprender los axiomas de incidencia en geometría plana y espacial.
- Analizar y ejemplificar modelos geométricos como el de los tres puntos y el tetraedro.
- Relacionar los axiomas de incidencia con la existencia y unicidad de rectas y planos que contienen puntos dados.
- Interpretar los axiomas de orden y aplicarlos en el análisis de la posición relativa de puntos sobre una recta.
- Comprender y aplicar teoremas de separación en rectas, semirrectas y semiplanos.

ANEXO RCD N° 568/2025 EXA-UNSa-EXP 62/2025 EXA-UNSa

- Reconocer la estructura de haces de semirrectas y semiplanos en la resolución de problemas.
- Identificar y analizar las propiedades de cuadriláteros convexos en relación con el orden de sus vértices.
- Comprender y aplicar los axiomas y criterios de congruencia de segmentos y triángulos.
- Resolver problemas de congruencia utilizando los criterios LAL, ALA, LLL, LLA y AAL.
- Aplicar la congruencia para justificar propiedades de ángulos, segmentos y triángulos.
- Analizar relaciones de orden y comparación entre lados y ángulos de triángulos.
- Identificar y aplicar condiciones de perpendicularidad entre rectas, planos y segmentos en el espacio.
- Reconocer y utilizar conceptos de ángulos diedros y sus propiedades en problemas espaciales.
- Analizar la función del plano mediador en la construcción de puntos equidistantes.
- Comprender las transformaciones biyectivas e isometrías en el plano y en el espacio.
- Identificar y aplicar transformaciones rígidas como simetrías, traslaciones, rotaciones y simetría deslizante.
- Analizar la estructura de grupo en el conjunto de transformaciones rígidas.
- Aplicar las propiedades de las transformaciones para resolver problemas de congruencia y semejanza.
- Comprender y aplicar los axiomas de continuidad, como los de Arquímedes y Cantor.
- Desarrollar el concepto de longitud y medición de segmentos mediante procesos geométricos.
- Analizar la importancia de los sistemas de abscisas y coordenadas en la localización de puntos.
- Aplicar el principio de Dedekind en el estudio de la recta real y la circunferencia.
- Comprender y utilizar el axioma de las paralelas y sus proposiciones equivalentes.
- Aplicar propiedades del paralelismo en el plano y en el espacio para la resolución de problemas.
- Analizar las propiedades de paralelogramos, cuadriláteros inscribibles y la suma de

ángulos interiores de triángulos.

- Emplear transformaciones rígidas para justificar resultados relacionados con el paralelismo.
- Comprender y aplicar el Teorema de Thales en situaciones geométricas y métricas.
- Analizar la composición de transformaciones y su relación con las proyecciones paralelas.
- Aplicar la homotecia y la semejanza de triángulos en problemas geométricos.
- Utilizar sistemas de abscisas para relacionar longitudes y establecer proporciones.
- Reconocer y aplicar las funciones trigonométricas en ángulos agudos y generales.
- Comprender el uso de diferentes sistemas de coordenadas (cartesianas, polares, cilíndricas y esféricas) en la representación de puntos.
- Analizar propiedades de polígonos inscritos y circunscritos, y calcular longitudes de circunferencias.
- Aplicar las funciones trigonométricas e inversas para resolver problemas geométricos en el plano y en el espacio.

Tema 1: Incidencia.

Axiomas de Incidencia de la Geometría Plana. Modelo de los Tres Puntos. Axiomas de Incidencia de la Geometría del Espacio. Modelo del Tetraedro.

Tema 2: Orden.

Axiomas de Orden. Relación de tres puntos en una recta. Relación de cuatro puntos en una recta. Teoremas de separación. Semirrectas interiores a ángulos y segmentos que se apoyan en un ángulo. Orden de los puntos en una semirrecta. Orden de los puntos de una recta. Haces de semirrectas. Haz de semirrectas en un semiplano. Haces de semiplanos. Haz de semiplanos en un semiespacio. Cuadriláteros convexos.

Tema 3: Congruencia.

Axiomas de congruencia. Propiedades de la congruencia de segmentos. Congruencia de triángulos: Criterios LAL y ALA, Consecuencias en la suma y resta de ángulos. Pons Asinorum. Criterio LLL. Relación de Equivalencia de la congruencia de ángulos y triángulos. Aplicaciones de la congruencia de triángulos: Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice. Ángulos rectos. El punto medio de un segmento. Bisectriz de un ángulo. Perpendicularidad en el plano. Relaciones de orden entre segmentos y ángulos. Primer teorema del ángulo exterior. Comparación de lados y ángulos de un triángulo. Propiedad Triangular. Criterios LLA y AAL.

Tema 4: Perpendicularidad en el Espacio.

Plano perpendicular a recta. Rectas ortogonales y rectas perpendiculares a planos. Plano mediador de un segmento. Ángulos diedros. Semiplano bisector de un diedro.

Tema 5: Transformaciones de Puntos.

Transformaciones biyectivas de puntos. Grupos. Isometría. Propiedades de las isometrías. Tipos de isometrías. Transformación Rígida. Transformaciones involutivas. Transformaciones rígidas en el plano: Simetría Central. Simetría Axial. Traslación, rotación y simetría deslizante. Propiedades de las transformaciones rígidas en el espacio.

Tema 6: Continuidad.

Axiomas de continuidad: Axioma de Arquímedes. Axioma de Cantor. Longitud de segmentos. El proceso de medición. Sistema de abscisas. Sistema de coordenadas. Principio de Dedekind. La circunferencia. Intersección de recta y circunferencia. Intersección de dos circunferencias. Construcciones con regla y compás.

Tema 7: Paralelismo.

Axioma de las paralelas. Proposiciones equivalentes al axioma de las paralelas: El quinto postulado de Euclides. La suma de los ángulos interiores de un triángulo. Perpendiculares levantadas desde un lado de un ángulo agudo. Paralelismo en el espacio. Planos y rectas paralelas. Paralelogramo. Haz de paralelas cortadas por una transversal. Suma de ángulos interiores de un triángulo. Transformaciones rígidas y el paralelismo. Teorema del Arco Capaz. Cuadriláteros inscribibles.

Tema 8: Teorema de Thales.

Transformaciones rígidas restringidas a una recta. Proyección paralela. La función z . (Composición de transformación rígida restringida a una recta con una abscisa) La función u . (Composición de proyección paralela con una abscisa) Sistemas de abscisas sobre una misma recta. Relación entre las longitudes medidas por dos sistemas de abscisas. Teorema de Thales. Homotecia. Semejanza. Criterios de semejanza de triángulos. Teorema de Pitágoras.

Tema 9: Trigonometría y Sistemas de Coordenadas.

Polígonos inscritos y circunscritos. Polígonos regulares. Longitud de una circunferencia. Medida de ángulos. Coordenadas cartesianas en el plano. Coordenadas cartesianas en todo el espacio. Funciones trigonométricas de Ángulos agudos. Funciones trigonométricas de Ángulos en general. Funciones trigonométricas de números reales. Funciones trigonométricas inversas. Coordenadas polares. Coordenadas cilíndricas. Coordenadas esféricas.

Trabajos Prácticos:

Se realizarán trabajos prácticos para afianzar los conocimientos teóricos, que incluirán resolución de problemas y ejercicios de aplicación.

Contenido	TP	Clases
Incidencia.	1	2
Orden.	2	4
Congruencia.	3	4
Perpendicularidad en el espacio	4	2
Transformaciones Rígidas en el Plano	5	2
Continuidad.	6	3
Paralelismo.	7	2
Teorema de Thales.	8	3
Trigonometría y Sistemas de Coordenadas	9	3

Evaluación

El sistema de evaluación siguiente combina la evaluación continua a través de cuestionarios cortos y exámenes parciales escritos, lo que permite medir el aprendizaje de los estudiantes tanto en aspectos puntuales como integrales de la asignatura. A continuación, se detallan los elementos clave y sugerencias:

El sistema de evaluación consta de varias instancias:

1. Parciales (con recuperatorios)

Cada parcial tiene la siguiente estructura:

- **Cuestionarios cortos:** Se toman en la plataforma Moodle. La cantidad estimada es de **alrededor de 12** para el primer parcial y **aproximadamente 8** para el segundo, pero este número puede ajustarse según las circunstancias.
- **Cuestionario grande:** Es presencial, individual y escrito.

La nota de cada parcial se calcula con la fórmula:

$$(C_1 + C_2 + \dots + C_n) \times 0.02 + C_G \times (1 - n \times 0.02)$$

donde n es la cantidad de cuestionarios cortos efectivamente tomados en ese parcial. Por ejemplo: Supongamos que los resultados de los cuestionarios cortos estén en la lista siguiente [1,9,6,3,7,5,7,2,6,9] y el cuestionario grande sea $C_G = 5$, con $n = 10$. En este caso la nota final es 5,1.

2. Exposición del último práctico

Luego de aprobar ambos parciales o sus respectivos recuperatorios, los estudiantes deben realizar una exposición del último trabajo práctico como parte del proceso de finalización del cursado.

3. Examen final

Para aprobar la asignatura, los estudiantes deben rendir un examen final luego de haber cumplido con todas las instancias previas.

Regularización de la asignatura

Para que un estudiante se considere regular en la asignatura al final de cursado debe cumplir las siguientes condiciones:

- 60% de asistencia a clases prácticas.
- 80% de asistencia a los cuestionarios cortos.
- Aprobación de los parciales o sus recuperatorios.
- Aprobación de una exposición de problemas prácticos del tema 9.

Examen final

Para aprobar la materia, el alumno deberá aprobar un examen final que consta de una evaluación escrita con contenidos teóricos, en el caso de que el alumno se presenta de forma regular. En el caso de presentarse en la modalidad **libre**, los contenidos serán de tipo **prácticos** primeramente y luego **teóricos**.

Metodología:

Las clases teóricas se llevan a cabo a través de:

- **Clases expositivas:** Uso de pizarra, presentaciones digitales y material visual complementario.
- **Interacción activa:** Fomento de preguntas, discusiones y reflexiones durante la clase.
- **Recursos tecnológicos:** Uso de herramientas como GeoGebra para ilustrar conceptos geométricos y dinámicos.
- **Duración:** 4 horas semanales distribuidas en dos clases de dos horas cada una.

Las clases prácticas se llevan a cabo a través de:

- **Resolución de problemas:** Ejercicios graduados en dificultad, diseñados para consolidar conceptos teóricos.
- **Uso de software:** Implementación de GeoGebra u otras herramientas para explorar y resolver problemas interactivos.
- **Modalidad:** Trabajo en grupo e individual para fomentar la colaboración y la autonomía.
- **Duración:** 4 horas semanales distribuidas en dos clases de dos horas cada una.

Recursos:

- Pizarra y marcadores.
- Proyector y presentaciones.
- Software de geometría dinámica (opcional).

Referencias

- [Alia de Saravia, 2003] Alia de Saravia, D. (2003). Geometría Plana y Espacial. Fac. de Ciencias Exactas. UNSa.
- [Clemens et al., 1989] Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., and Cooney, T. J. (1989). Geometría con aplicaciones y soluciones de problemas. Addison Wesley Iberoamericana, México.
- [Coxeter and Greitzer, 1996] Coxeter, H. and Greitzer, S. (1996). Geometry Revisited. Number v. 19 in New Mathematical Library. Mathematical Association of America.
- [Coxeter, 1969] Coxeter, H. S. M. (1969). Introduction to Geometry. John Wiley & Sons, New York, 2nd edition. Ideas avanzadas en geometría, incluyendo coordenadas.
- [Efimov, 1984] Efimov, N. (1984). Geometría superior. Mir.
- [Hoffman and Kunze, 1971] Hoffman, K. and Kunze, R. (1971). Linear Algebra. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2nd edition. Fundamentos de álgebra lineal aplicados a sistemas de coordenadas en el espacio.
- [Larson and Edwards, 2016] Larson, R. and Edwards, B. (2016). Multivariable Calculus. Cengage Learning.
- [Sángari, 2021] Sángari, A. y Egüez, C. (2021). Geometría Euclidiana con GeoGebra. eUNSa.
- [Stein and Barcellos, 1992] Stein, S. K. and Barcellos, A. E. (1992). Calculus and Analytic Geometry. McGraw-Hill, New York, 5th edition. Incluye introducción a sistemas de coordenadas cartesianas y polares.

Bibliografía Principal

1. Alia de Saravia, D. *Geometría Plana y Espacial* Alia de Saravia, 2003. Este libro de texto, ampliamente utilizado en la Universidad Nacional de Salta (UNSa), presenta una introducción rigurosa a los conceptos fundamentales de la geometría euclidiana plana y espacial. Se destaca por su enfoque claro y conciso. Si bien no incorpora ejercicios, es muy completo su tratamiento de la Teoría de la Geometría Euclidiana. Si bien el libro proporciona una base sólida en geometría, su cobertura de sistemas de coordenadas es limitada. Para una exploración más profunda de este tema, se recomienda complementar con otras fuentes.
2. Sângari, A. y Egüez, H. *Geometría Euclidiana con GeoGebra*. Sângari, 2021. Este libro representa una propuesta innovadora y contemporánea para el aprendizaje de la geometría euclidiana. Al integrar el software GeoGebra, ofrece una experiencia de aprendizaje dinámica y visual que complementa los enfoques tradicionales.

- Características destacadas:

- * Enfoque práctico y visual: El libro guía al lector en la construcción y exploración de figuras geométricas utilizando GeoGebra, facilitando la comprensión de conceptos abstractos a través de la manipulación directa de objetos.
- * Autoaprendizaje: La obra está diseñada para fomentar el aprendizaje autónomo, proporcionando al lector las herramientas necesarias para explorar y descubrir por sí mismo las propiedades de las figuras geométricas.
- * Actividades interactivas: Incluye numerosas actividades y ejercicios que se pueden realizar utilizando GeoGebra, lo que permite al lector aplicar los conocimientos adquiridos de manera práctica.
- * Contenido actualizado: Aborda temas clásicos de la geometría euclidiana desde una perspectiva moderna, incorporando las últimas tendencias en la enseñanza de las matemáticas.
- * Acceso abierto: Al ser publicado por eUNSa, el libro está disponible de forma gratuita en línea, lo que facilita su acceso a un público amplio.

- Temáticas abordadas:

- * Conceptos fundamentales: Los cinco grupos de axiomas según la formulación de D. Hilbert, según los enuncia el libro de Efimov Efimov, 1984
- Público objetivo: Este libro está dirigido principalmente a estudiantes de nivel secundario y universitario, así como a profesores de matemáticas que deseen incorporar las tecnologías de la información y la comunicación en sus clases. También puede ser de interés para cualquier persona interesada en profundizar sus

conocimientos en geometría de manera autónoma.

- Observaciones: No trata los últimos dos temas del programa propuesto
- La integración de GeoGebra convierte a este libro en una herramienta muy valiosa para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.
- El enfoque práctico y visual facilita la comprensión de conceptos abstractos y motiva a los estudiantes a explorar por sí mismos.
- Al ser un libro relativamente reciente, refleja las últimas tendencias en la enseñanza de las matemáticas.

Bibliografía Complementaria

1. Stein, S. K., y Barcellos, A. E. *Calculus and Analytic Geometry*. Este texto incluye una introducción clara a los sistemas de coordenadas cartesianas y polares, en relación con la geometría euclidiana. Stein and Barcellos, 1992
2. Hoffman, K., y Kunze, R. *Linear Algebra*. Proporciona una base sólida para la comprensión de sistemas de coordenadas en el espacio tridimensional desde una perspectiva algebraica. Hoffman and Kunze, 1971
3. Coxeter, H. S. M. *Introduction to Geometry*. Coxeter, 1969 Este texto clásico, considerado una obra maestra en el campo de la geometría, ofrece una visión profunda y elegante de los fundamentos y las aplicaciones de esta disciplina. Coxeter destaca por su habilidad para presentar conceptos complejos de manera clara y accesible, utilizando un lenguaje riguroso pero intuitivo. El enfoque de Coxeter es principalmente teórico, pero incluye numerosos ejemplos y ejercicios que ilustran los conceptos presentados. El autor enfatiza la belleza y la coherencia interna de la geometría, y busca despertar la curiosidad del lector. Este libro está dirigido a estudiantes universitarios avanzados y a matemáticos interesados en una comprensión profunda de la geometría. A pesar de su antigüedad, *Introduction to Geometry* sigue siendo una referencia fundamental para cualquier persona interesada en la geometría. Su enfoque clásico y riguroso lo convierte en una obra de consulta indispensable. Entre la temáticas se destaca:
 - (a) Geometría proyectiva: Explora las propiedades de las proyecciones y las transformaciones proyectivas, estableciendo conexiones con la geometría euclidiana.
 - (b) Geometría hiperbólica: Introduce los modelos de geometría hiperbólica y explora sus propiedades, contrastándolas con la geometría euclidiana.
 - (c) Geometría esférica: Analiza la geometría de la esfera y sus aplicaciones en cartografía y navegación.

- (d) Grupos de transformaciones: Estudia las simetrías y las transformaciones geométricas a través de la teoría de grupos.
- (e) Polítopos regulares: Investiga las propiedades de los poliedros regulares y los teselados del espacio.
4. Larson, R., y Edwards, B. *Multivariable Calculus* Larson and Edwards, 2016 Aunque no es específico de geometría euclidiana, los capítulos relacionados con sistemas de coordenadas cartesianas y polares, así como las visualizaciones geométricas, pueden complementar el estudio de temas avanzados como coordenadas en el espacio tridimensional.
5. Coxeter, H. S. M., & Greitzer, S. L. (1967). *Geometry Revisited*. Coxeter and Greitzer, 1996. Este libro, escrito por el reconocido geómetra H.S.M. Coxeter en colaboración con Samuel L. Greitzer, explora una amplia gama de temas geométricos más allá de lo comúnmente cubierto en los cursos escolares. Se caracteriza por su enfoque elegante y riguroso, presentando resultados sorprendentes y desafiantes problemas que estimularán la curiosidad del lector. Es especialmente útil como fuente de inspiración para plantear problemas de concurrencia en los triángulos y aplicaciones del teorema del arco capaz.
6. Clemens, Stanley R. and O'Daffer, Phares G. and Cooney, Thomas J. *Geometría con aplicaciones y soluciones de problemas* Clemens et al., 1989. Este libro es un clásico en la enseñanza de la geometría y es ampliamente utilizado en diversos niveles educativos. Abarca desde los conceptos básicos de la geometría euclidiana hasta temas más avanzados como geometría analítica y geometría del espacio. Presenta numerosos ejemplos y problemas que muestran cómo la geometría se aplica en diversas áreas, como la arquitectura, la ingeniería y las ciencias naturales. Incluye una gran cantidad de ejercicios resueltos paso a paso, lo que permite al estudiante comprender los métodos de resolución y desarrollar sus propias habilidades. Lo que se destaca es el lenguaje claro y conciso: Los conceptos se explican de manera sencilla y accesible, evitando tecnicismos innecesarios.

Recursos Digitales

Geometría Plana y Espacial

El canal de YouTube *Geometría Plana y Espacial GPyE* es una iniciativa colaborativa entre docentes de la asignatura, orientada a complementar el aprendizaje teórico con recursos audiovisuales. Durante la pandemia, jugó un rol clave al facilitar el acceso a clases virtuales, explicaciones detalladas y ejemplos prácticos. Los videos incluyen demostraciones geométricas, resolución de problemas y discusiones sobre temas fundamentales y avanzados del programa de la materia. Aunque no sustituye la bibliografía escrita, constituye una herramienta valiosa para reforzar conceptos y explorar enfoques visuales interactivos.


Dra. Silvana Mabel Campos
Secretaría de Coordinación Institucional
Facultad de Ciencias Exactas - UNSa




Dr. JOSÉ RAMÓN MOLINA
DECANO
FACULTAD DE CS. EXACTAS - UNSa