



Universidad Nacional de Salta

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

Avda. Bolivia 5150 - 4400 SALTA  
REPUBLICA ARGENTINA

SALTA, 27 de Mayo de 2008

Expediente N° 8.190/08

**RES. C.D. N° 206/08**

**VISTO:**

La presentación efectuada por el Dr. Ricardo Grossi – Docente de la Facultad de Ingeniería de esta Universidad, quien propone el dictado del curso “**Los espacios de Sobolev: Teoría y aplicaciones**”, como **materia Optativa** para la Carrera de Maestría en Matemática Aplicada de esta Unidad Académica;

**CONSIDERANDO:**

Que el plan de estudio de la carrera de Maestría en Matemática prevé además de materias obligatorias, otras como materias optativas;

Que el Comité Académico en su despacho de fs. 08, considera altamente beneficiosa para la carrera la propuesta del Dr. Ricardo Grossi;

El V°B° de la Comisión de Docencia e Investigación que corre a fs. 32 de estas actuaciones;

POR ELLO y en uso de las atribuciones que le son propias;

**EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS**

(en su sesión ordinaria del día 21/05/08)

**R E S U E L V E:**

**ARTICULO 1°** Autorizar el dictado del curso “**LOS ESPACIOS DE SOBOLEV: TEORÍA Y APLICACIONES**”, bajo la dirección del Dr. Ricardo Grossi, como **Materia Optativa** para la carrera de Maestría en Matemática Aplicada.

**ARTÍCULO 2°:** Aprobar el Programa Analítico y el Sistema de Evaluación de la asignatura referida en el artículo precedente, cuyo detalle se explicita en el Anexo I de la presente Resolución.

**ARTÍCULO 3°:** Hágase saber al Comité Académico de la Carrera de Maestría en Matemática Aplicada, a los docentes responsables de la asignatura, al Dpto. Archivo y Digesto, al Dpto. Adm. de Posgrado y a la Facultad de Ingeniería. Cumplido, ARCHÍVESE.

mXS  
az

Dr. JORGE FERNANDO YAZLLE  
SECRETARIO ACADEMICO  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS



Ing. NORBERTO ALEJANDRO BONINI  
DECANO  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS



Universidad Nacional de Salta

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

Avda. Bolivia 5150 – 4400 SALTA  
REPUBLICA ARGENTINA

ANEXO I de la Res. C.D. N° 206/08 – Expediente N° 8.190/08

**Nombre del Curso: “LOS ESPACIOS DE SOBOLEV: TEORÍA Y APLICACIONES”**

**DIRECTOR RESPONSABLE Y CUERPO DOCENTE**

Director: Dr. Ricardo Grossi

Profesores: Dr. Ricardo Grossi, Dr. Luis Villa

**OBJETIVOS:** El análisis funcional es una disciplina cuya importancia se ha incrementado notablemente en los últimos años, por el rol destacado que juega tanto en las ciencias aplicadas como en la matemática pura. Aplicaciones del análisis funcional se han realizado en numerosas áreas tales como: mecánica del continuo, mecánica aplicada, elasticidad, mecánica cuántica, etc. La esencia del análisis funcional reside en la aplicación de diversos resultados del análisis matemático, el álgebra y la geometría, a objetos generales de naturaleza arbitraria. Esto permite tratar desde un punto de vista uniforme y global a diversas cuestiones, desarrolladas previamente y en forma independiente en otras disciplinas, y permite descubrir relaciones que existen entre teorías matemáticas que en principio aparecen inconexas. Así, muchos problemas que involucran a funcionales y/o ecuaciones diferenciales, que se originan en la física y la ingeniería, pueden concretarse con facilidad mediante el uso de operadores definidos en espacios de Hilbert, de una manera general y elegante. Sin el uso de esta teoría cada problema debe ser planteado y resuelto en forma particular, con las consiguientes repeticiones y limitaciones. Los espacios de Sobolev, que pueden ser descritos brevemente, como las clases de funciones que poseen derivadas débiles en los espacios  $L^p(W)$ , ocupan un lugar destacado en el análisis funcional. En las últimas tres décadas se ha producido un gran aporte en la teoría y aplicaciones de estos espacios. Por otra parte dada la importancia de los mismos en la teoría moderna de ecuaciones diferenciales a derivadas parciales, se han transformado en una herramienta imprescindible para el tratamiento de las mismas. Por ello últimamente se ha producido un creciente interés por el estudio y uso de parte de ingenieros y físicos, para la resolución de sus problemas. La teoría de estos espacios es iniciada por matemáticos a principio del siglo 20 y en particular por S. I. Sobolev en el año 1930. Si bien son varios los científicos que hicieron sus aportes, como es el caso de Beppo Levi, actualmente toda esa teoría se conoce como espacios de Sobolev.

Estos espacios proporcionan un recurso extraordinario para el planteo y la búsqueda de soluciones de problemas de contorno. Esto es así porque estos espacios son completos y porque permiten obtener resultados generales respecto a la existencia y unicidad de soluciones de ecuaciones diferenciales.

Otra gran ventaja de los espacios de Sobolev radica en que permiten caracterizar el grado de regularidad de funciones y porque muchos de los métodos de aproximación, tales como el método de Ritz o el de los Elementos Finitos, son adecuada y correctamente formulados cuando se lo hace en el ámbito de estos espacios.

El carácter técnico y dificultoso de varios de los temas que componen la teoría básica de los espacios de Sobolev, constituye una formidable barrera para quienes no siendo matemáticos desean conocer y hacer uso de la misma. Por esta razón, este curso, está dirigido a estudiantes, profesionales e investigadores de matemática, ciencias aplicadas e ingeniería, que poseen conocimientos sobre análisis funcional y desean conocer detalles de la teoría mencionada. Se prevé el desarrollo detallado de las distintas demostraciones de teoremas y de proposiciones esenciales de esta teoría y aplicaciones en el estudio del comportamiento estático y dinámico de elementos estructurales, tales como: vigas, pórticos y placas con diversas complejidades.

///...



ANEXO I de la Res. C.D. N° 206/08 – Expediente N° 8.190/08

**PRERREQUISITOS:** Nociones de análisis funcional.

**METODOLOGÍA Y ORGANIZACIÓN:**

Se dictarán treinta clases teóricas y prácticas, de dos horas cada una. Se prevé una activa interacción entre profesores y asistentes y el desarrollo de trabajos prácticos y monografías.

**RECURSOS**

Textos y artículos científicos de la biblioteca del ICMASA, de la hemeroteca de la Facultad de Ingeniería y de la biblioteca de la Facultad de Ciencias Exactas.

**CARGA HORARIA**

Horas totales del curso: 100 (cien) horas.

**EVALUACIÓN.**

Se prevé el desarrollo de diversos trabajos prácticos y de monografías.

**PROGRAMA ANALÍTICO**

**UNIDAD 1. OPERADORES DIFERENCIALES**

- 1.1 Introducción.
- 1.2 Operadores elípticos de orden  $2m$ .
- 1.3 Espacios de funciones continuas.
- 1.4 Teoremas de inmersión.
- 1.5 Contornos.
  - 1.5.1 Contornos de tipo Lipschitz.
  - 1.5.2 La integral de superficie.
  - 1.5.3 Contornos de clase  $C^k$ .
- Problemas.

**UNIDAD 2. SOLUCIONES CLÁSICAS Y DÉBILES**

- 2.1 Introducción.
- 2.2 Equivalencia entre problemas.
- 2.3 Noción sobre espacios de Sobolev.
- 2.4 Principio de Dirichlet.
- Problemas.

**UNIDAD 3. REGULARIZACIÓN DE FUNCIONES**

- 3.1 Introducción.
- 3.2 Partición de la unidad.
- Problemas.

**UNIDAD 4. DERIVADAS DÉBILES**

- 4.1 Introducción.
- 4.2 Propiedades de las derivadas débiles.
- Problemas.



ANEXO I de la Res. C.D. N° 206/08 - Expediente N° 8.190/08

**UNIDAD 5. ESPACIOS DE SOBOLEV**

- 5.1 Introducción.
  - 5.2 Espacios de Sobolev como completaciones.
  - 5.3 Propiedades básicas.
  - 5.4 Espacios de Sobolev en  $r$ .
  - 5.5 Conjuntos densos.
  - 5.6 Aproximación mediante funciones regulares.
    - 5.6.1 Aproximación interior.
    - 5.6.2 Aproximación global.
  - 5.7 Operadores de prolongación.
    - 5.7.1 Introducción
    - 5.7.2 Operadores de prolongación en  $W^{m,p}(i)$ .
    - 5.7.3 Operadores de prolongación en  $W^{l,p}(i^N)$ .
  - 5.8 Teoremas de inmersión.
  - 5.9 El espacio  $W_0^{m,p}$ .
  - 5.10 Traza de funciones.
  - 5.11 El teorema de Green.
  - 5.12 Desigualdades de Friedrichs y de Poincare.
  - 5.13 El espacio dual de  $W_0^{l,p}$ .
- Problemas.

**UNIDAD 6. APLICACIONES EN INGENIERÍA**

- 6.1 Introducción.
- 6.2 Determinación de soluciones débiles en la estática de vigas, pórticos y placas.
- 6.3 Determinación de soluciones débiles en la dinámica de vigas, pórticos y placas.

**Bibliografía**

1. ADAMS R. 1975 Sobolev Spaces, Academic Press.
2. AGMON S. 1965 Lectures on Elliptic Boundary Value Problems, D. Van Nostrand.
3. ALAQUI AZIZ EL KACIMI 1994 Introducción al Análisis Funcional, Editorial Reverté.
4. APOSTOL T. 1973, Calculus, Editorial Reverté. Tomo II.
5. AYALA R., DOMINGUEZ E. y QUINTERO A. 1997, Elementos de la Topología General, Addison Wesley Iberoamericana.
6. BACHMAN G. y NARICI L. 1981 Análisis Funcional, Edit. TECNOS, Madrid.
7. BRÉZIS H. 1983 Analyse Fonctionnelle, Masson.
8. COTLAR M. CIGNOLI R. 1967, Nociones de Espacios Normados, EUDEBA, Bs. As., Tomo I.
9. COTLAR M. CIGNOLI R. 1971, Nociones de Espacios Normados, EUDEBA, Bs. As., Tomo II.
10. FRIEDMAN A. 1970, Foundation of Modern Analysis, Holt, Rinehart and Winston, New York.
11. GOHBERG I. y GOLBERG S. 1980 Basic Operator Theory, Birkhauser.
12. HEUSER H. 1982 Functional Analysis, John Wiley & Sons.
13. HORVATH J. 1966 Topological Vector Spaces and Distributions, Addison Wesley, vol I.
14. HUTSON V. y PYM V. 1980 Applications of Functional Analysis, Academic Press.



ANEXO I de la Res. C.D. N° 206/08 - Expediente N° 8.190/08

15. KOLMOGOROV A. y FOMIN S. 1975 Elementos de la Teoría de Funciones y del Análisis Funcional, Editorial MIR, Moscú.
16. KREIDER D. et. al. 1980, Introducción al Análisis Lineal, Fondo Educativo Interamericano.
17. KREYSZIG, E. 1978. Introductory Functional Analysis With Applications, John Wiley & Sons.
18. LIPSCHUTZ S. 1965 General Topology, Schaum Publ. Co.
19. LUSTERNIK L. y SOBOLEV V. 1961, Elements of Functional Analysis, Hindustan Publ. Corporation, India.
20. MICHAVILA F. 1991 Fundamentos de Cálculo Numérico 1: Topología métrica, Editorial Reverté.
21. MIKHAILOV V. 1978 Partial Differential Equations, MIR Moscú.
22. MIKHLIN S. 1964 Variational Methods in Mathematical Physics, Pergamon Press, Oxford.
23. MILNE R. 1980 Applied Functional Analysis, Pitman Advanced Publ. Program.
24. MUKHERJEA A. y POTHOVEN K. 1986 Real and Functional Analysis. Part B: Functional Analysis, Plenum Press, N.Y.
25. NECAS. J. 1967 Les Méthodes Directes en Theorie des Equations Elliptiques, Academia, Praga.
26. NIETO J. 1978 Introducción a la Topología General, OEA, Monografía No. 19.
27. NOWINSKI J. 1981, Applications of Functional Analysis in Engineering, Plenum Press, New York.
28. ODEN J. T. y DEMKOWICZ L, 1996 Applied Functional Analysis, CRC Press.
29. ODEN, J. y REDDY, J. 1976 Variational Methods in Theoretical Mechanics, Springer-Verlag, New York.
30. PERAL I. 1995 Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales, Addison Wesley UA de Madrid.
31. RAVIART P. y THOMAS J. 1998 Introduction a l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, Dunod, París.
32. REDDY B. 1986, Functional Analysis and Boundary Value Problems, Longman Scientific and Technical.
33. REDDY, J. N. 1986 Applied Functional Analysis and Variational Methods in Engineering, Mc Graw Hill B. Co.
34. REED M. y SIMON B. 1979 Methods of Modern Mathematical Physics, Academic Press. Vol 1.
35. REKTORYS K. 1980 Variational Methods in Mathematics, Science and Engineering, D. Reidel Co., 2da. Edición.
36. RIESZ F. Sz-NAGY B. 1990, Functional Analysis, Dover Publications.
37. RUDIN W. 1979, Análisis Funcional, Editorial Reverté.
38. SIMMONS G. F. 1963 Introduction to Topology and Modern Analysis, Mc Graw-Hill Book Co.
39. SMIRNOV V. 1964 A Course of Higher Mathematics: Integration and Functional Analysis, por: V. Smirnov, vol. 5, Pergamon Press, New York.
40. TAYLOR A. y LAY D. 1986 Introduction to Functional Analysis, Krieger Publ. Co., 2da. Edición.
41. TRENQUIN V. et. al. 1987 Problemas y ejercicios de Análisis Funcional, Edit. MIR.
42. TROUTMAN, J. L. 1996 Variational Calculus and Optimal Control, Springer, New York.
43. VERA LOPEZ A. et. al. 1997 Un Curso de Análisis Funcional, AVL, Murcia
44. WHEEDEN R. y ZYGMUND A. 1977, Measure and Integral, Dekker.
45. WILANSKY A. 1970 Topology for Analysis, R. Krieger Publ. Co.
46. WOUK A. 1979 A Course of Applied Functional Analysis, John Wiley.



Universidad Nacional de Salta


FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

Avda. Bolivia 5150 - 4400 SALTA  
REPUBLICA ARGENTINA

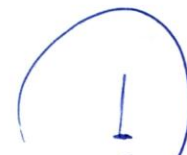
...///-5-

ANEXO I de la Res. C.D. N° 206/08 - Expediente N° 8.190/08

47. ZEIDLER E. 1988 Nonlinear Functional Analysis: Applications in Mathematical Physics, Springer, Vol IV.
48. ZEIDLER E. 1990 Nonlinear Functional Analysis and its applications, Springer, Vol IIA.
49. ZEIDLER E. 1995 Applied Functional Analysis: Applications To Mathematical Physics, Springer, Vol 108.
50. ZEIDLER E. 1995 Applied Functional Analysis: Main Principles and their Applications, Springer, Vol 109.
51. ZIEMER W. 1989 Weakly Differentiable Functions, Springer -Verlag.
52. ZIMMER R. 1990 Essential Results of Functional Analysis, The University of Chicago Press.

  
Dr. JORGE FERNANDO YAZLLE  
SECRETARIO ACADEMICO  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS



  
Ing. NORBERTO ALEJANDRO BONINI  
DECANO  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS